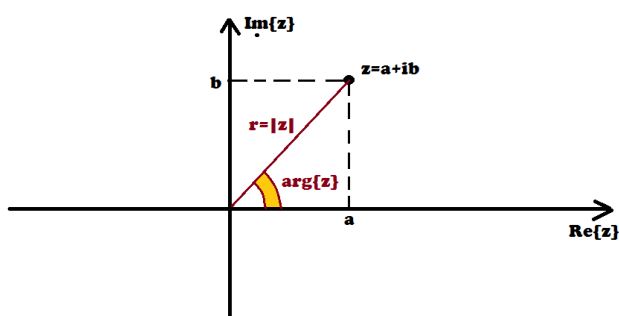


NUMERI COMPLESSI

UNITÀ IMMAGINARIA

$$i = \sqrt{-1}, \quad i^2 = -1, \quad i^3 = i \cdot i^2 = -i, \quad i^4 = i^2 \cdot i^2 = 1, \dots$$

PIANO DI GAUSS



RAPPRESENTAZIONE DEI NUMERI COMPLESSI

○ **FORMA ALGEBRICA**

$$x = a + ib \quad \text{con } a, b \in \mathbb{R}$$

○ **FORMA ESPONENZIALE**

$$x = \rho e^{i\alpha}, \quad \rho > 0 \quad \theta \in [0, 2\pi]$$

○ **FORMA TRIGONOMETRICA**

$$x = \rho \cos \alpha + i \rho \sin \alpha$$

PASSARE DA UNA RAPPRESENTAZIONE ALL'ALTRA

FORMA ALGEBRICA → FORMA ESPONENZIALE

$$\rho = \sqrt{a^2 + b^2}, \quad \begin{cases} \alpha = \arctan \frac{b}{a} & \text{se } a > 0 \\ \alpha = \arctan \frac{b}{a} + \pi & \text{se } a < 0 \end{cases} \quad \text{oppure} \quad \begin{cases} \cos \alpha = \frac{a}{\rho} \\ \sin \alpha = \frac{b}{\rho} \end{cases}$$

FORMA ESPONENZIALE → FORMA ALGEBRICA

$$\rho \cdot e^{i\alpha} = \rho \cos \alpha + i \rho \sin \alpha$$

CONIUGATO DI UN NUMERO COMPLESSO

$$\text{Sia } z_0 = a + ib = \rho(\cos \theta + i \sin \theta)$$

$$\text{Il coniugato è dato da } \bar{z}_0 = a - ib = \rho(\cos(-\theta) + i \sin(-\theta))$$

MODULO DI UN NUMERO COMPLESSO

$$\text{Sia } z_0 = a + ib = \rho(\cos \theta + i \sin \theta)$$

$$\text{Il modulo è dato da } |z_0| = \sqrt{a^2 + b^2} = \rho$$

PARTE REALE E PARTE IMMAGINARIA DI UN NUMERO COMPLESSO

$$\text{Sia } z_0 = a + ib = \rho(\cos \theta + i \sin \theta)$$

La parte reale e immaginaria sono date rispettivamente da

$$\operatorname{Re}\{z_0\} = a = \rho \cos \theta, \quad \operatorname{Im}\{z_0\} = b = \rho \sin \theta$$

“RAZIONALIZZARE” UN NUMERO COMPLESSO

$$\frac{1-i}{3+2i} = \frac{1-i}{3+2i} \frac{3-2i}{3-2i} = \frac{(1-i)(3-2i)}{9+4}$$

PRODOTTO TRA DUE NUMERI COMPLESSI

$$z_1 \cdot z_2 = \rho_1 \rho_2 (\cos(\theta_1 + \theta_2) + i \sin(\theta_1 + \theta_2))$$

FORMULE DI DE MOIVRE

$$\text{Sia } z_0 = a + ib = \rho(\cos \theta + i \sin \theta)$$

ELEVARE A POTENZA UN NUMERO COMPLESSO

$$z_0^n = \rho^n (\cos n\theta + i \sin n\theta)$$

RADICI DI UN NUMERO COMPLESSO

$$\sqrt[n]{z_0} = \sqrt[n]{\rho} \left(\cos \left(\frac{\theta}{n} + \frac{2k\pi}{n} \right) + i \sin \left(\frac{\theta}{n} + \frac{2k\pi}{n} \right) \right) \quad k = 0, \dots, n-1$$