Lezione 1 - Dimostrazione - equivalenza tra le due definizioni di accumulazione

PUNTO DI ACCUMULAZIONE

DEFINIZIONE 1 (D1)

$x_0 \in acc\, A$, con $A \subseteq \mathbb{R}$, $\iff \forall \delta > 0$ $\underbrace{\boxed{(x_0-\delta,\, x_0+\delta) \cap A / \{x_0\}}}_{}^{B_\delta} \neq \phi$

DEFINIZIONE 2 (D2)

$x_0 \in acc\, A$, con $A \subseteq \mathbb{R}$, $\iff \forall \delta > 0$ $\overbrace{\boxed{(x_0-\delta,\, x_0+\delta) \cap A / \{x_0\}}}^{B_\delta}$ È INFINITO

$D_1 \Rightarrow D_2$

DIM. PER ASSURDO

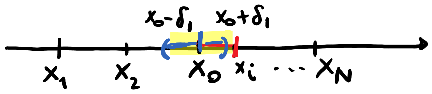
$D_1 \not\Rightarrow D_2$

$\delta = \bar{\delta}$

$B_{\bar{\delta}} = (x_0 - \bar{\delta},\, x_0 + \bar{\delta}) \cap A / \{x_0\}$ è un insieme ~~infinito~~

$B_{\bar{\delta}} = \{x_1, x_2, \dots, x_N\}$ N ELEMENTI

$X_{\bar{\delta}} = \{|x_0 - x_1|, |x_0 - x_2|, \dots, |x_0 - x_N|\}$



$\min_{i=1,\dots,N} X_{\bar{\delta}} = \delta_1$

$\delta = \bar{\delta}_1$

$(x_0 - \delta_1,\, x_0 + \delta_1) \cap A / \{x_0\} = \phi$ ASSURDO

PUNTI DI ACCUMULAZIONE

DEFINIZIONE 1 (D1)

$x_0 \in acc(A) \iff \forall \delta > 0 \quad (x_0 - \delta,\, x_0 + \delta) \cap A / \{x_0\} \neq \phi$

DEFINIZIONE 2 (D2)

$x_0 \in acc(A) \iff$ sia $B = (x_0 - \delta,\, x_0 + \delta) \cap A \Rightarrow B$ è UN INSIEME INFINITO

supponiamo per assurdo che

$D_2 \not\Rightarrow D_1$

NEGANDO HP 1

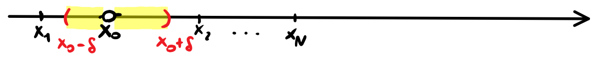
$B = (x_0 - \delta, x_0 + \delta) \cap A$ = INSIEME FINITO

$\Downarrow$

B contiene un num. finito di elementi numerabili da 1 a N

$B = \{x_1, x_2, \dots, x_N\}$

scelto $\delta < \min_{i=1,\dots,N} |x_i - x_0|$



con tale scelta di δ

$(x_0 - \delta, x_0 + \delta) \cap \{x_0\} = \emptyset$ => ASSURDO perché si nega D_2

$D_2 \Rightarrow D_1$