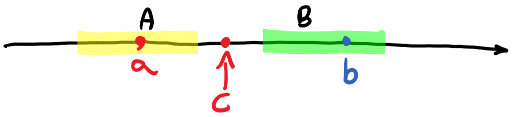
# Lezione 1: Teorema di esistenza dell'estremo superiore

**ENUNCIATO**: ▶ se un insieme è limitato superiormente allora ammette estremo superiore reale ($\sup A \in \mathbb{R}$)

▶ se un insieme è limitato inferiormente allora ammette estremo inferiore reale ($\inf A \in \mathbb{R}$)

## ASSIOMA DI COMPLETEZZA

siano A e B due insiemi per cui vale la proprietà che $b \geq a \quad \forall a \in A, \forall b \in B$




Allora $\exists \underbrace{c}_{\text{ELEMENTO SEPARATORE}} \in \mathbb{R} : a \leq c \leq b \quad \forall a \in A, \forall b \in B$

$\exists b \in \mathbb{R} : \quad b \geq a \quad \forall a \in A$

$B = \{ b \in \mathbb{R} : b \geq a \quad \forall a \in A \}$ È L'INSIEME DEI MAGGIORANTI DI A

tra B e A vale l'assioma di completezza

$\exists \underbrace{c}_{\text{ELEMENTO SEPARATORE}} \in \mathbb{R} : \quad a \leq c \leq b \quad \forall a \in A, \forall b \in B$

$c \geq a, \ \forall a \in A \Rightarrow$ c È UN MAGGIORANTE DI A $\Rightarrow c \in B$

$c \leq b \quad \forall b \in B \Rightarrow c = \min B$

c = PIÙ PICCOLO DEI MAGGIORANTI $\Rightarrow \boxed{c = \sup A}$